

令和 8(2026)年度 公立千歳科学技術大学理工学部
 一般選抜 前期日程 解答例
 数学

1. (1) ① $\sqrt{2a}$, ② $\sqrt{2\pi e}$

(2) $a = \frac{6}{\pi}$, $b = \frac{4}{\pi}$

(3) $\sqrt{2}$

(4) $x \geq 5$

2.

(1) $z = \frac{1}{1+ui} = \frac{1-ui}{(1+ui)(1-ui)} = \frac{1-ui}{1+u^2}$

$\therefore \tan \theta = \frac{-u}{1} = -u$

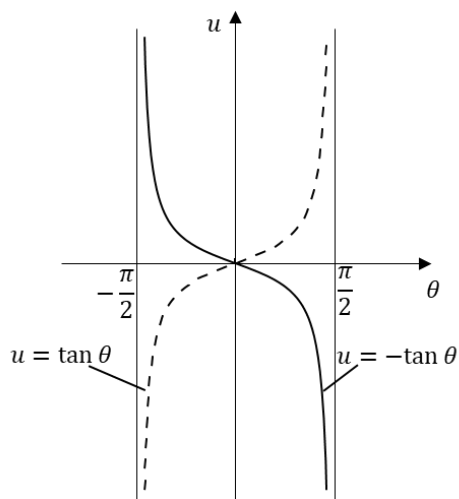
$\tan \theta = -u$

(2) $\tan \theta = -u$ のとき

$\lim_{u \rightarrow \infty} \tan \theta = -\infty$ かつ $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ より

右図の実線のグラフとなり,

$\lim_{u \rightarrow \infty} \theta = -\frac{\pi}{2}$



3.

- (1) 立方体の1辺の長さは1だから、内接する正四面体で体積が最大のものの1辺の長さは $\sqrt{2}$ 。よって1辺の長さが $\sqrt{2}$ となる正四面体の高さを求める。例えば、頂点を O, A, B', C とする正四面体であれば、右下図の通りとなる。ただし、 M は AB' の中点である。 H は正三角形 $AB'C$ の重心であり、 $MH:HC=1:2$ となる。

$$\text{高さ} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

- (2) 重心 G の位置ベクトルは

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OG} &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO}) \\ &= \frac{1}{4}\{(0,1,1) + (1,1,0) + (1,0,1) + (0,0,0)\} \\ &= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

重心 G' の位置ベクトルも同様に $\overrightarrow{OG'} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$\overrightarrow{GO} = -\overrightarrow{OG} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{G'A'} = \overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OG'} = (0,1,0) - \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

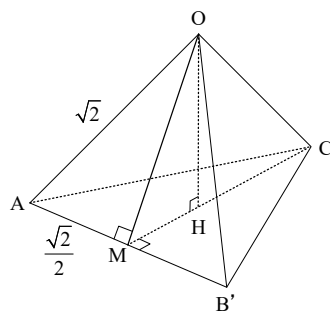
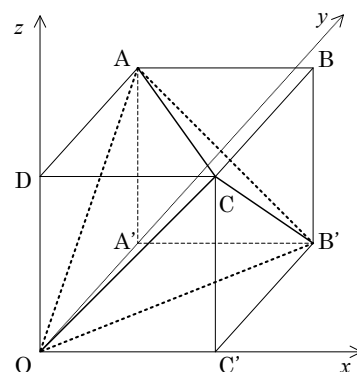
$$\begin{aligned}\text{よって} \quad \overrightarrow{GO} \cdot \overrightarrow{G'A'} &= -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

- (3) (2)より

$$|\overrightarrow{GO}| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{同様に} |\overrightarrow{G'A'}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{\overrightarrow{GO} \cdot \overrightarrow{G'A'}}{|\overrightarrow{GO}| |\overrightarrow{G'A'}|} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}$$



4.

$$(1) a_2 = \frac{1}{2}a_1 + 1, \quad a_3 = \frac{1}{2}a_2 + 1 \text{ より}$$

$$\underline{a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 1 \quad (n \geq 2)}$$

$$(2) (1) \text{より } a_n - 2 = \frac{1}{2}(a_{n-1} - 2) \text{ であるから } a_n - 2 = (a_1 - 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = \frac{a_1 - 2 + 2^n}{2^{n-1}}$$

$$a_1 = 1 \text{ のとき } a_n = \frac{-1 + 2^n}{2^{n-1}} = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\underline{a_1 = 1 \text{ のとき } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2}$$

$$a_1 = 5 \text{ のとき } a_n = \frac{3 + 2^n}{2^{n-1}} = 2 + 3 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\underline{a_1 = 5 \text{ のとき } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2}$$

(3) 点 $Q(2, 2)$ と (a_n, a_n) との交点の距離は

$$\sqrt{(a_n - 2)^2 + (a_n - 2)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{2(n-1)} + \left(\frac{1}{2}\right)^{2(n-1)}}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{\left(\frac{1}{2^{2n-2}}\right)} \leq \frac{1}{1000}$$

$$\therefore 1000\sqrt{2} \leq 2^{n-1}$$

$$1 < \frac{36}{25} < 2 < \frac{9}{4} \text{ より } \frac{6}{5} < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$$

$$\text{よって } 1000 \cdot \frac{6}{5} < 1000\sqrt{2} < 1000 \cdot \frac{3}{2}$$

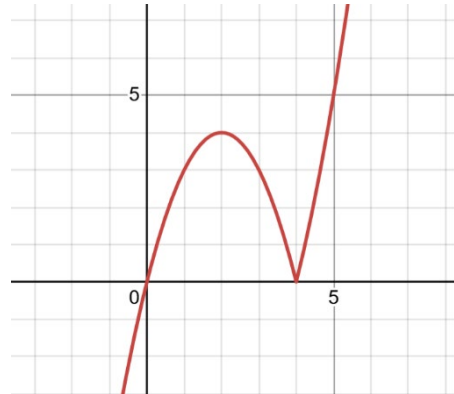
$$1200 < 1000\sqrt{2} < 1500$$

$2^9 = 512$, $2^{10} = 1024$, $2^{11} = 2048$ なので, $n-1=10$ の時は不等式 $1000\sqrt{2} \leq 2^{n-1}$ を満たさず, $n-1=11$ の時には不等式を満たす。

ゆえに n の最小値は 12

5.

- (1) $y = f(x)$ のグラフは右図の通りとなる。与えられた値と区間での連続性および微分可能性は以下の通りとなる。



	$x < 2$	$x = 2$	$2 < x < 4$	$x = 4$	$4 < x$
連続性	○	○	○	○	○
微分可能性	○	○	○	×	○

- (2) この無限級数は $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k-1}{(2k-2)!}$ と表せる。この級数の第 n 項までの部分 and を S_n とすると

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{(2k-2)!} = \sum_{k=1}^n \frac{1+(2k-2)}{(2k-2)!} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{(2k-2)!} + \frac{1}{(2k-1)!} \right) = \sum_{k=0}^{2n-1} \frac{1}{k!}$$

となる。 $n \rightarrow \infty$ のとき、 $2n-1 \rightarrow \infty$ に注意すると

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{2n-1} \frac{1}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} = e$$

したがって

$$1 + \frac{3}{2!} + \frac{5}{4!} + \frac{7}{6!} + \frac{9}{8!} + \frac{11}{10!} + \dots = e$$