



2023年度

公立千歳科学技術大学 理工学部

一般選抜 前期日程 問題

数 学

試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。

注意事項

1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄に記入すること。
2. 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
3. 解答用紙の余白には、何も書いてはいけない。
4. 問題冊子の余白は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
5. 下書き用紙は計算などに利用してよい。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1. 以下の問いに答えなさい。解答欄には答えのみ書きなさい。

(1) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin 3x}{x}$ を求めなさい。

(2) 不等式 $|2x - 3| - 3|x - 5| > 0$ を満たす実数 x の範囲を求めなさい。

(3) 不等式 $\log_{x+1}(3-x) > 0$ を解きなさい。

(4) 実数 x に対し $n \leq x < n+1$ を満たす整数 n を $[x]$ と表す。 $f(x) = [x](x+1)$ であるとき、
 $\int_{-3}^{-\frac{5}{2}} f(x) dx$ を求めなさい。

(5) 複素数 α が $|\alpha| = \sqrt{2}$ を満たしているとき、複素数平面上の3点 $A(\alpha)$, $B(\sqrt{3} + i)$, $C(1 + \sqrt{3})$ からなる三角形 ABC の面積の最大値を求めなさい。ただし、 $i = \sqrt{-1}$ である。

(6) n 進法の数を添字 $_{(n)}$ を用いて表すとき、 $123_{(m)} + 10_{(2)} \times m = 77_{(8)}$ を満たす m を10進法で答えなさい。

(7) n 人でグー、チョキ、パーによるジャンケンを1回行う。あいこになる確率が0.5以下となる n の最大値を求めなさい。

(8) 整式 x^{53} を $x^2 + x + 1$ で割ったときの余りを求めなさい。

2. 以下の問いに答えなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

(1) 不等式 $x^2 - 2x + 1 > 0$ を解きなさい。

(2) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ のグラフをかきなさい。 x 軸および y 軸との交点や頂点等
グラフの特徴を表す点があればそれらの座標を明記しなさい。

3. 初項が $a_1 = 0$ である数列 $\{a_n\}$ を, 1 以上の整数 n について

$$a_{n+1} = 4a_n + n \cdot 2^n \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

で定めると, その一般項は

$$a_n = 2^{2n-1} - (n+1)2^{n-1} \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

である。以下の問いに答えなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

(1) 式①から a_3 の値を求めなさい。また, 式②の右辺を $r(n)$ と書くとき, $r(3)$ を計算しなさい。

(2) 式②が 1 以上のすべての整数 n について成り立つことを数学的帰納法によって証明しなさい。

4. 半球 $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2, y \geq 0\}$ を平面 $y = c$ ($0 < c < r$) によって2つの立体に切断する。以下の問いに答えなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

(1) $y = c$ による半球の切り口の面積を表す関数 $S(c)$ を求めなさい。

(2) 切断された立体のうち領域 $y \geq c$ にある立体の体積を V_A とし、領域 $y \leq c$ にある立体の体積を V_B とする。 $c = \frac{r}{2}$ のとき体積の比 $V_A : V_B$ を求めなさい。