



2024年度

公立千歳科学技術大学 理工学部

一般選抜 前期日程 問題

数 学

試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。

注意事項

1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄に記入すること。
2. 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
3. 解答用紙の余白には、何も書いてはいけない。
4. 問題冊子の余白は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
5. 下書き用紙は計算などに利用してよい。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1. 以下の問いに答えなさい。解答欄には答えのみ書きなさい。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin 5x}{3 \sin x \cos x}$ を求めなさい。

(2) 係数が 2 進法で表された連立方程式を解いて x, y を求め、2 進法で答えなさい。

$$\begin{cases} 100101_{(2)}x - 110011_{(2)}y = 1001100_{(2)} \\ 10001_{(2)}x - 10111_{(2)}y = 101100_{(2)} \end{cases}$$

(3) $I = \int_0^4 (2 - \sqrt{x})^5 dx$ を置換積分によって求めなさい。

(4) 実数 x に対し $n \leq x < n + 1$ を満たす整数 n を $[x]$ と表す。方程式 $x^2 - [x] - 1 = 0$ を解きなさい。

(5) 無限級数 $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \cdots + \frac{1}{n!} + \cdots$ は自然対数の底 e に収束することが知られている。このことを用いて、無限級数 $1 + \frac{3}{2!} + \frac{5}{4!} + \frac{7}{6!} + \frac{9}{8!} + \frac{11}{10!} + \cdots + \frac{2n+1}{(2n)!} + \cdots$ の値を求めなさい。ただし、 n は正の整数とする。

(6) kagidai の 7 文字すべてを並べてできる順列のうち、同じアルファベットが隣り合わないものの総数を求めなさい。

(7) xy 平面において、 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, $B = \{(x, y) \mid (x + y)(2x - 2y + \sqrt{3} - 1) < 0\}$ とする。 $\overline{A \cup B}$ が表す領域の面積を求めなさい。

(8) 一辺の長さが a の正四面体の高さを求めなさい。

2. u を実数とすると、複素数 $z = \frac{1}{1+iu}$ が複素数平面上に作る曲線に原点を付け加えた図形で囲まれた部分の面積 S を求めなさい。ただし、 $i = \sqrt{-1}$ である。解答欄には計算過程も書きなさい。

3. 関数 $f(x) = \frac{e^x}{x}$ について以下の問いに答えなさい。ただし、 e は自然対数の底とし、 $f(x)$ に関する極限は証明せずに用いてよい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

(1) $y = f(x)$ の増減表をかきなさい。

(2) $y = f(x)$ のグラフの概形をかきなさい。

4. 以下の問いに答えなさい。

(1) a と b を実数とすると、 $|a + b| \leq |a| + |b|$ が成り立つことを証明しなさい。

(2) 自然対数の底である e が無理数であることを用いて、 $\sqrt{e}$ も無理数であることを背理法によって証明しなさい。

(3) $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $0 < y < \frac{\pi}{2}$, $0 < x + y < \frac{\pi}{2}$ であるとき、右図を用いて $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ が成り立つことを証明しなさい。
ただし、補助線が必要なときは、解答欄の図中に明記しなさい。

