2025年度

公立千歳科学技術大学　理工学部

一般選抜　前期日程　問題

数　学

試験開始の指示があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。

注意事項

１．受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄に記入すること。

２．解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

３．判読できない文字は採点できない可能性があるので，解答は丁寧に書くこと。

４．解答用紙の余白には，何も書いてはいけない。

５．問題冊子の余白は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。

６．下書き用紙は計算などに利用してよい。

７．提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

１． 以下の問いに答えなさい。解答欄には答えのみ書きなさい。

（１）以下の x についての二つの方程式のうち，少なくとも一方が実数解をもつための実数 a の範囲を求めなさい。

$$ax^2 + 3x + 5 = 0 \qquad\qquad x^2 - 4x + a^2 + 3 = 0$$

（２）次の連立不等式を解きなさい。

$$\begin{cases} x(x+1) \leqq 6 \\ |3x+1| > \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

（３）x を実数とするとき，$(x^2 + 3x + 4)(x^2 + 3x - 2) + 2x^2 + 6x + 3$ の最小値を求めなさい。

（４）$\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$ の値を求めなさい。

（５）座標平面上のベクトル $\vec{a} = (2,\ \sqrt{3})$ に垂直な単位ベクトル $\vec{b}$ をすべて求めなさい。

2． 次のように定められる数列を $\{a_n\}$ とする。

$$a_1 = 2$$

$$a_{n+1} = 3a_n - n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

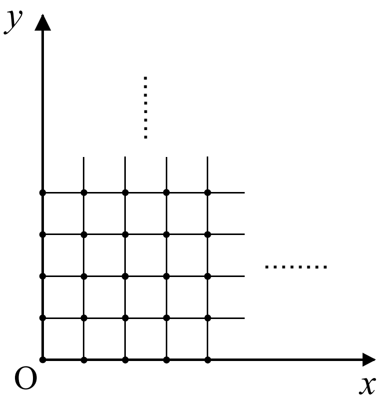
このとき，$\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \dfrac{5\cdot 3^{n-1} + 2n + 1}{4}$ で与えられることを，数学的帰納法を用いて証明しなさい。

3． u を実数とするとき，複素数 $z=\dfrac{2ui}{1+ui}$ について以下の問いに答えなさい。なお，i は虚数単位である。解答欄には計算過程も書きなさい。

（1）z の実部を x，虚部を y とするとき，x と y をそれぞれ u の式で表しなさい。

（2）点 z が描く図形を複素数平面上に図示しなさい。

4．右の図は，xy 座標平面において，x 座標および y 座標がともに 0 以上の整数である格子点と，隣り合う格子点を結ぶ道を表している。原点 O を始点とし，$+x$ 方向または $+y$ 方向に格子点を経由して進み，終点 P に至る道順が何通りあるかを考える。ここで，点P の座標は $(n,\ n)$ であり，n は 2 以上の整数であるとして以下の問いに答えなさい。解答欄には導出過程も書きなさい。



（1）$0 < i < n,\ 0 < j < n$ を満たす整数 i と j をそれぞれ x 座標と y 座標とする点を Q とする。このとき，原点 O から点 Q を経由して終点 P に至る道順は何通りあるかを，$i,\ j,\ n$ を用いて表しなさい。

（2）終点 P の座標を $(5,\ 5)$ とし，$y \geqq \dfrac{x^3}{25}$ を満たす格子点のみを通って，原点 O から終点 P に至る道順は何通りあるか求めなさい。

5． 以下の問いに答えなさい。

（1）1 から 12 までの整数の集合を U とする。集合 A と集合 B は U の部分集合で，それぞれ

$$A = \{1,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}, \qquad B = \{2,\ 3,\ 7,\ 8\}$$

であるとき，これを用いてド・モルガンの法則 $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$ が成り立っていることを示しなさい。

（2）i を虚数単位，a, b, c, d を実数とするとき，二つの複素数 $Z_1 = a + bi$ と $Z_2 = c + di$ において，$\overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}$ であることを示しなさい。なお，$\overline{Z}$ は Z の共役な複素数を表す。

（3）三角関数の加法定理　$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$　を用いて，半角の公式

$\cos^2 \dfrac{\theta}{2} = \dfrac{1 + \cos\theta}{2}$　を導きなさい。