



2025年度

公立千歳科学技術大学 理工学部

一般選抜 公立大学中期日程 問題

数 学

試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。

注意事項

1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄に記入すること。
2. 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
3. 判読できない文字は採点できない可能性があるため、解答は丁寧に書くこと。
4. 解答用紙の余白には、何も書いてはいけない。
5. 問題冊子の余白は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
6. 下書き用紙は計算などに利用してよい。
7. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1. 以下の問いに答えなさい。解答欄には答えのみ書きなさい。

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) が, $a_{20} = 1 + 19\sqrt{2}$ および $\sum_{k=1}^{13} a_k = 13 + 78\sqrt{2}$ を満たすとき, a_7 の値を求めなさい。

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2}}{\left(x + \frac{\pi}{6}\right)^3 - \left(\frac{\pi}{6}\right)^3}$ を求めなさい。

(3) $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-2x}}$ について, $f'(x)$ を求めなさい。なお, e は自然対数の底である。

(4) 次の不等式を解きなさい。

$$|x + 2| > \sqrt{(x + 2)(x - 2)}$$

(5) $[x]$ は実数 x について $n \leq x < n + 1$ を満たす整数 n を表す。 $f(x) = [x](x + 1)$ であるとき, $\int_{-3}^{-\frac{5}{2}} f(x) dx$ を求めなさい。

(6) $\frac{2}{3 - \sqrt{5}}$ の整数部分を α , 小数部分を β とするとき, $\alpha^3 - \beta^3$ の値を求めなさい。

(7) 4次方程式 $3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x + a = 0$ が, 異なる二つの実数解をもつための実数 a の値の範囲を求めなさい。

(8) 実数 x の関数 $f(x) = e^{-ax^2}$ について, 以下の条件をともに満たす実数 x_1 と x_2 が存在するための実数 a の値を求めなさい。

$$f(x_1) = f(x_2) = \frac{1}{2}, \quad x_2 - x_1 = 3$$

なお, e は自然対数の底である。

2. 座標平面上の $x \geq 0$ の領域において、 $y = x^2 \cdots \cdots \textcircled{1}$ 、 $y = \sqrt{x} \cdots \cdots \textcircled{2}$ 、 $y = -x + a \cdots \cdots \textcircled{3}$ でそれぞれ定義される曲線および直線があり、 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{3}$ の交点を P、 $\textcircled{2}$ と $\textcircled{3}$ の交点を Q とする。 $0 \leq a \leq 2$ であるとき、線分 PQ の長さを最大にする定数 a の値およびそのときの PQ の長さを求めなさい。解答欄には計算過程も書きなさい。

3. 原点を O とする座標平面上の 2 点 $A(2, 3)$, $B(3, 2)$ について $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とするとき, 以下の問いに答えなさい。解答欄には計算過程も書きなさい。

(1) 点 A と点 B を通る直線上に点 P があり, その位置ベクトルを $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ とおくととき, 実数 s と t の間に成り立つ関係を示しなさい。

(2) 座標平面上の 2 点 $C(6, 9)$ と $D(12, 8)$ を結ぶ線分 CD 上に点 P があり, その位置ベクトルを $\vec{p} = q\vec{a} + r\vec{b}$ とおくととき, 実数 q と r の間に成り立つ関係および q と r の範囲をそれぞれ示しなさい。

(3) $\vec{e} = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$, $\vec{f} = \left(1, \frac{1}{2}\right)$ とする。線分 CD 上に点 P があり, その位置ベクトルを $\vec{p} = u\vec{e} + v\vec{f}$ とおくととき, 実数 u と v の間に成り立つ関係および u と v の範囲をそれぞれ示しなさい。

4. 以下の問いに答えなさい。解答欄には計算過程も書きなさい。

(1) 実数 x, y の間に $y = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x}}$ の関係があるとき、 x, y の取りうる範囲をそれぞれ求めなさい。

(2) (1) で求めた範囲で関数 $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x}}$ を定義するとき、 $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めなさい。

(3) $y = f(x)$ のグラフを xy 平面上にかきなさい。極値および変曲点が存在するときは、その座標をグラフ中に明記しなさい。

5. x を実数, i を虚数単位として複素数 $z = \frac{1}{1+xi}$ の実部を $f(x)$, 虚部を $g(x)$ とする。座標平面上の曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ について以下の問いに答えなさい。解答欄には計算過程も書きなさい。

(1) 二つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の交点の座標をすべて求めなさい。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ および y 軸によって囲まれた領域の面積 S を求めなさい。