



2020年度

公立千歳科学技術大学 理工学部

一般入試 前期日程 問題

# 数 学

試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。

## 注意事項

1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄に記入すること。
2. 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
3. 解答用紙の余白には、何も書いてはいけない。
4. 問題冊子の余白は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。

1. 以下の問いに答えなさい。解答欄には答えのみ書きなさい。

(1)  $f(x) = -2x^2 + 3x \int_{-1}^2 f(t) dt$  において、 $f(1)$  の値を求めなさい。

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$  を求めなさい。

(3)  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp (3\vec{a} + 5\vec{b})$  を満たす  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  がなす角  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) を求めなさい。

(4) 一辺の長さが 1 である正八面体において、すべての面に接する球の表面積を求めなさい。

(5)  $\sqrt{(x-2)(4+x)} > 3 - \frac{x}{2}$  を解きなさい。

(6)  $0 \leq \theta < 2\pi$  において、 $\cos 2\theta - \sqrt{3} \sin 2\theta = 1$  の解を求めなさい。

(7)  $x^{18} + x^6 + 1$  を  $x^2 + x + 1$  で割ったときの余りを求めなさい。

(8) 1 から 300 までの番号をつけた 300 枚のカードのなかから 1 枚のカードを取り出すとき、取り出した番号が 8 の倍数または 12 の倍数である確率を求めなさい。

2. 1以上の整数  $n$  について,  $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$  が成立することを, 数学的帰納法を用いて証明しなさい。なお,  $i = \sqrt{-1}$  である。

3. 以下の問いに答えなさい。

(1) 対数に関する公式  $\log_a b^x = x \log_a b$  を用いて、 $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b \neq 1$ ,  $c \neq 1$  であるとき、 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$  が成り立つことを証明しなさい。

(2)  $\log_3 x + 12 \log_x 3 - 7 = 0$  の解を求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

4.  $xy$  平面上の曲線  $y = (x - 1)(x - 2)(x - 5)$  の接線のうち、原点を通るものをすべて求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

5.  $xy$  平面上において、放物線  $C: y = x^2$  に引いた2つの接線が常に直交しており、2つの接点が放物線  $C$  上を移動するとき、接線の交点が描く軌跡の方程式を求めなさい。また、軌跡の概形を図示しなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。