



2020年度

公立千歳科学技術大学 理工学部

一般入試 公立大学中期日程 問題

# 数 学

試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。

## 注意事項

1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄に記入すること。
2. 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
3. 解答用紙の余白には、何も書いてはいけない。
4. 問題冊子の余白は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。

1. 以下の問いに答えなさい。解答欄には答えのみ書きなさい。

(1)  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$  において、 $\sin \theta = \frac{2}{3}$  のとき、 $\cos(\pi - \theta)$  の値を求めなさい。

(2)  $|x - 3| + |x + 5| \geq 10$  を満たす  $x$  の範囲を求めなさい。

(3)  $\frac{2}{3 - \sqrt{5}}$  の整数部分を  $\alpha$  とし、小数部分を  $\beta$  とするとき、 $\alpha^3 - \beta^3$  の値を求めなさい。

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x - 2)$  の値を求めなさい。

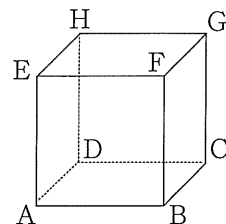
(5)  $\sqrt{a^2 + 140}$  が整数となるような、正の整数  $a$  をすべて求めなさい。

(6)  $\left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^5 + \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^7$  の値を求めなさい。ただし、 $i = \sqrt{-1}$  とする。

(7)  $0 \leq \theta < 2\pi$  において、 $2 \sin^2 \theta + 5 \cos \theta < 4$  を解きなさい。

(8) 12 人を 4 人ずつ、3 つのグループに分ける方法は何通りあるか求めなさい。ただし、グループには区別がないものとする。

2. 図のような1辺の長さが $a$ の立方体 ABCD-EFGH がある。線分 AF, BG, CH, DE 上にそれぞれ動点 P, Q, R, S があり, 頂点 A, B, C, D を同時に出発して, 同じ速さで頂点 F, G, H, E まで動く。このとき四角形 PQRS が通過してできる立体の体積を求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。



3. 数列  $\{a_n\}$  は,  $a_1 = -3$ ,  $a_{n+1} = \frac{2a_n + 1}{a_n + 2}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定義されている。

(1)  $a_n = \frac{3^{n-1} + 2}{3^{n-1} - 2}$  であることを, 数学的帰納法を用いて証明しなさい。

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

4.  $a$  を実数とする方程式  $\frac{e^{x^2}}{x} = a$  について, 異なる実数解の個数を求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。なお,  $\frac{e^{x^2}}{x}$  の極限については, 証明せずに用いてよい。

5.  $xy$  平面上の3直線  $y = x + 2$ ,  $y = -2x + 14$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 5$  に囲まれてできる三角形を  $D$  とする。以下の問いに答えなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

(1)  $D$  の周囲および内部の点を  $(x, y)$  とするとき,  $y - 2x$  および  $x^2 + y^2$  の最大値を求めなさい。

(2)  $D$  が内接する円の方程式を求めなさい。