



2021年度

公立千歳科学技術大学 理工学部

一般選抜 公立大学中期日程 問題

# 数 学

試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。

## 注意事項

1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄に記入すること。
2. 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
3. 解答用紙の余白には、何も書いてはいけない。
4. 問題冊子の余白は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。

1. 以下の問いに答えなさい。解答欄には答えのみ書きなさい。

(1) 
$$\begin{cases} 2^y + \log_2 x = \frac{5}{2} \\ 2^{2y} + (2^y + \log_2 x) \log_2 x = \frac{21}{4} \end{cases}$$
 の解を求めなさい。

(2)  $-36x^2 + 60x - 25 < 0$  を解きなさい。

(3)  $f(x) = (x^2 + 4x)^3$  について  $f'(x)$  を求めなさい。結果は、 $x$  の降べきの順に整理しなさい。

(4)  $z^2 = -4i$  を満たす複素数  $z$  を求めなさい。なお  $i = \sqrt{-1}$  である。

(5)  $y = (1 - |x|)^2 - 1$  において、 $y$  の最小値およびそのときの  $x$  の値を求めなさい。

(6) 2つの関数  $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ ,  $g(x) = x^2 - 2x$  について以下の空欄に適する条件を語群から選び、解答欄に (a) ~ (d) を記入しなさい。

①  $x \geq 3$  であることは、 $f(x) > 0$  であるための

②  $g(x) > 0$  であることは、 $f(x) > 0$  であるための

③  $f(x) > 0$  かつ  $g(x) > 0$  であることは、 $x > 2$  であるための

④  $f(x) > g(x)$  であることは、 $x > 2$  であるための

語群

(a) 必要十分条件である。

(b) 必要条件であるが、十分条件ではない。

(c) 十分条件であるが、必要条件ではない。

(d) 必要条件でも十分条件でもない。

(7) 座標空間に中心が原点  $O$  である半径  $1$  の球がある。平面  $x = \frac{3}{4}$  でこの球を2つの部分に分割するとき、体積が小さい方の立体の体積を求めなさい。

(8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$  を求めなさい。

2. 以下の問いに答えなさい。

(1)  $\cos^2 x \leq 2^{1+\cos 3x}$  が成り立つことを証明しなさい。

(2)  $\cos^2 x = 2^{1+\cos 3x}$  を満たす  $x$  の値を求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

3.  $n$  を正の整数とすると、 $3^n - 1 \geq \frac{n}{2}(n + 3)$  が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明しなさい。

4. 座標平面上において、曲線  $C: y = x^3 + 3x^2$  に、点  $A(2, a)$  から3本の接線が引けるとき、 $a$  の範囲を求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

5.  $n$  を正の整数とすると、次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を以下の手順で求めなさい。解答欄には途中の計算過程も書きなさい。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{12na_n + 3}$$

- (1)  $b_n = \frac{1}{a_n}$  とするとき、 $b_{n+1}$  を  $b_n$  の式で表しなさい。
- (2) 数列  $\{b_n\}$  の階差数列を  $\{c_n\}$  とするとき、 $\{c_n\}$  の一般項を求めなさい。
- (3) 数列  $\{b_n\}$  と数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい。