代数学の基本を体感する感性 VR ゲームに関する基礎的考察

A Basic Consideration on Kansei-VR Games to Experience Abstract Algebras

村井 哲也（Tetsuya Murai）
Tel: 0123-27-6049　　E-mail: t-murai@photon.chitose.ac.jp

Abstract : We make a basic consideration to create Kansei-VR games to experience abstract algebras which seem to be felt to be difficult to understand for many people who are not good at them. In general, mathematics, particularly, abstract one is not the subject that many students like. The abstractness forces us not to feel mathematics as reality. Thus we need a new kind of e-learning system which affords such students affective experience like digital games. For the purpose, we should first examine digital-game-characteristics in discrete mathematics and abstract algebra. This note provides one of first steps for affective digital games in the framework of the new kind of Kansei e-learning.

昨年はVR元年と言われ，VR技術が以前に比べて格段に手軽に利用できるようになった．本稿ではこの流れの上で，数学，中でも，一般に抽象的で分かりにくいと考えられている代数学[1]を数学の感性を生かしたVR空間の中で体感できるようなゲームの創造をめざすために，その基礎について考察する(cf.[2])．本稿では考察の第一歩として多様なゲームの中で，エージェント間またはエージェントのグループ間で攻撃を行うゲームを念頭に考察する．本稿の考察のためにFig.1に示す単純化された対戦型ゲームの画面を設定する．

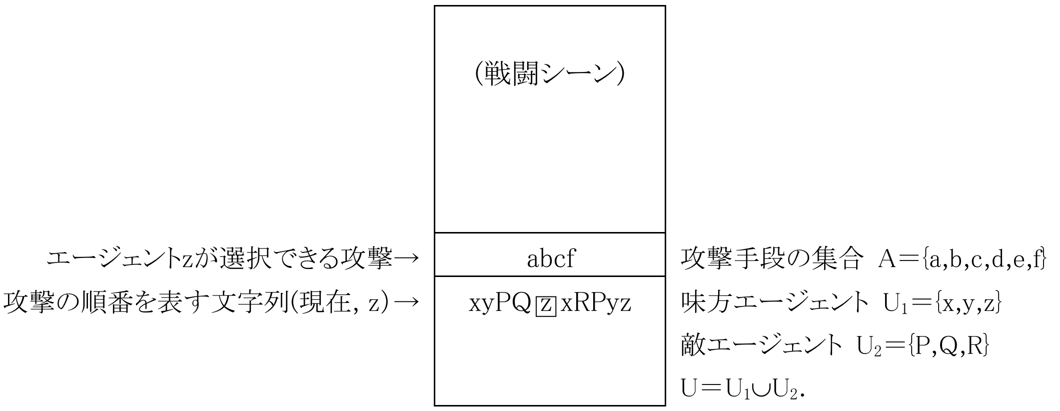

Fig.1. Simplified game display.

Fig.1の画面では最下段に，どのような順でエージェントが攻撃するかが表示され，その上の段で各エージェントの攻撃時に，そのエージェントが使うことができる攻撃方法の候補が現れ，その中から基本的には自由に選択して攻撃できる．したがって，エージェント列はUから生成される自由モノイド(単位的結合系)U*の元である．特に単位元(空列)εは例えば，すべてのエージェントが散った場合などを表現する．一方，攻撃手段は列で表示されているが，その実体は集合であり，自由モノイドの文字列に関する可換性とべき等性から導かれる商集合と同型である．

まず，エージェント集合の代数構造を考察する．可換性に関して，エージェントが何回出撃したかをカウントするためには，U*に交換律xy＝yxを仮定すればよい．例えば， xyzxxz＝xxxyzz＝x^3yz^2 であり，U上のマルチ集合(元の出現回数をカウントする集合概念)と一致する．交換律に加えてべき等律xx＝xを仮定すると，例えば，xyyx＝xxyy＝xyとなり，出撃したエージェントのリストが得られる．リストといっても，誰が出撃したかという情報しかなく，出撃した順序や回数は捨象されてい

るので，通常の集合{x,y}である．

次いで，攻撃集合の代数構造を考察する．まず，可換性について，Fig.1の攻撃方法の候補も列で表現されているが，しかし自由に選べるので，情報構造としてはランダムアクセス可能ということになる．代数の観点からは可換べき等自由モノイド，すなわち，べき集合と同型である．仮に手続きとして文字列の先頭の元を選択するとしても，交換律xy＝yxによって任意の文字を文字列の先頭に移動できるので，攻撃方法を自由に選べる．例えば，cで攻撃したい：abcd －(交換律)→ cabdという式変形が自由に実行できると考える，ただし，交換律を適用するに際し，何らかのコスト，例えば，時間などを考慮しなければならない場合は必ずしも一律の扱いはできず，自由度が下がる．例えば，手持ちの攻撃候補がabcdのとき，aで攻撃したい場合はすぐ攻撃可能であるが，cで攻撃したい場合は2回交換が必要な分，コストがかかる．

次に，攻撃のべき等律xx＝xについては，その時の攻撃が1回限りであるならば，同じ攻撃方法を2つ用意することには意味がないので妥当である．ただし，ゲームによっては同時に2つ以上の攻撃ができる可能性があり，その場合はべき等性は必ずしも妥当ではない．例えば，二挺拳銃のエージェントは同時に弾を2つ撃てる，

べき等性は元を重複しても意味がない，という解釈が通常であるが，一方，積極的にx＝xxと見て元の数を増やすことができると解釈すれば，攻撃方法をどんどん増やせることになる．エージェントで解釈すれば，分身の術を使えることにもなりうる．よって，エージェントの攻撃方法としては結合律と交換律のみのマルチ集合がふさわしい場合もある．例えば，あるエージェントが攻撃方法a^2bc^3を持つとき，攻撃aは2回，bは1回，cは3回，自分の好きな時に使えることになる．使える順番に制約がある場合は交換性も捨てなければならない．

その他の代数的性質については，まず，単位元としての空列はまったく効果のない攻撃をみなすことができる．エージェントがなんらかの理由で攻撃不可能になった場合，空列攻撃はした，と考えることができる．また，自由モノイドに逆元を追加すれば自由群となる．攻撃方法の集合の場合は，逆元は攻撃をなかったことにする的確な反撃となる：$aa^{-1}=a^{-1}a=\varepsilon$.

最後に，前記のようにエージェントは使える攻撃方法数を持つ場合，離散的なベクトルと同一視できる．そのような数値がエネルギーなど連続値の場合は通常のベクトルである．いずれにせよ，そのようなベクトルに作用するスカラーを考えることができる．よって，ゲームを可能なエージェントをベクトルとするベクトル空間，より一般には，単位的環Rの作用を持つR-加群として定式化することも可能である．単位的環Rが作用する場合，乗法単位元1と加法単位元0ではエージェントに対する作用は真逆である．エージェントxに対して乗法単位元1の作用は1x＝xであって，作用はxになんらダメージを与えない．一方，加法単位元0の作用は0x=0であるから，エージェントは無に帰し，敗退となる．

今後の課題として，例えば，当たり前に感じている交換律が成り立たないとゲームのプロセスがどう面倒になるか，など代数を体感するためのポイントを洗い出すことが挙げられる．自由代数の生成プロセス自体が粒状構造を持つことに注意し，各法則の採否と粒度の違いを整理することも次の課題である．

文献

[1] 彌永昌吉，小平邦彦 (1961)：現代数学概説Ⅰ，岩波書店．

[2] T.Murai, Y.Kudo, Y.Nakayama, S.Akama, A Preliminary Note on Discrete Mathematics as Affective Digital Games - Towards to Virtual Reality Experiential Kansei e-Learning of Abstract Algebra -. ISAE2017, 2017.3. (CD-ROM)