

## 令和 4 年度実績報告書

令和 5 年 3 月 20 日

公立千歳科学技術大学  
学長 宮永 喜一 様

公立千歳科学技術大学特別研究等助成要綱第 7 条に基づき、下記のとおり報告いたします。

報告者	所属	共通教育科	職名	助教
	氏名	本多俊一	ふりがな	ほんだしゅんいち
研究課題名	特異点を持つ余次元が高い曲線と曲面の微分幾何学的研究			
本研究費による発表論文、著書など	【プレプリント】 [1] <u>Shun' ichi Honda</u> , Masatomo Takahashi, Circular evolutes and involutes of framed curves in the 3-dimensional Euclidean space, in preparation ( <a href="https://arxiv.org/abs/2103.07041">https://arxiv.org/abs/2103.07041</a> ) [2] <u>Shun' ichi Honda</u> , Masatomo Takahashi, Haiou Yu, Bertrand and Mannheim curves of framed curves in the 4-dimensional Euclidean space, submitted ( <a href="https://arxiv.org/abs/2204.06162">https://arxiv.org/abs/2204.06162</a> )			

# 研究成果報告

## 1. 研究の背景及び目的

可微分多様体間の可微分写像 ( $C^\infty$ 級写像) の特異点とは、陰関数の定理が適用出来ない点、つまり、微分の階数が最大ではない点である。一般に可微分写像を扱う場合、特異点は自然に現れる。可微分写像の特異点論は 20 世紀後半に整備され、現在も活発に研究が行われている。また、近年においては、特異点論の微分幾何学への応用が多くなされ、特異点を持つ曲線や曲面のクラスとして、波面の微分幾何学的研究が行われている。波面は法線ベクトル場が付随した平面上の曲線あるいは空間上の曲面などであり、いずれも余次元が 1 の可微分写像である。

その中で報告者は特異点を持つ余次元が 2 以上の曲線のクラスとして、枠付き曲線概念を導入し、基礎理論を構築した (Honda-Takahashi, 2016)。枠付き曲線は特異点においても動標構が定義される。その動標構を利用して、枠付き曲線の構造方程式 (フルネ・セレ型の公式) と不変量 (枠付き曲線の曲率) を導入し、特異点を持つ余次元が 2 以上の曲線の微分幾何学的性質を調査した。余次元に注目すると、報告者らによる枠付き曲線の理論は特異点を持つ余次元が 2 以上の微分幾何学的研究の先駆けである。

本研究課題では、特異点を持つ余次元が 2 以上の可微分写像の微分幾何学的研究手法の確立を念頭に、枠付き曲線の理論の応用として、3 次元/4 次元ユークリッド空間上の特異点を持つ曲線と曲面の研究を行う。

## 2. 得られた成果

昨年度 (令和 3 年度) の報告書から継続して、研究業績 [1-2] として論文投稿中/準備中である。各論文の状況は以下の通りである：

- [1] マイナーリビジョン中 (2023 年度 3 月 20 日現在)
- [2] 査読結果 (リジェクト) を受け、再度投稿準備中 (2023 年度 3 月 20 日現在)

科研費取得を目指し、関連分野の研究調査及び研究資料の整備を実施し (cf. 研究費使用学の内訳)、周辺分野への応用を検討している。また、下記の論文を執筆中である：

- [3] Shun' ichi Honda, Higher order Frenet frames along space curves and their applications
- [4] Shun' ichi Honda, Spherical framed curves and extrinsic flat great circular surfaces

~~~~~  
上記の研究業績 [1-2] の概要は以下の通りである：

### 2.1. 研究業績 [1]

平面曲線の縮閉線はその曲線の曲率円 (接触円) の中心の軌跡として得られる曲線であり、伸開線はその曲線を巻きつけられた糸をたゆまないようにほぐしてゆくときの端点の軌跡として得られる曲線である。縮閉線と伸開線をとる操作はある種の逆操作であることが知られている。縮閉線と伸開線は波の生成、光の波動性や振り子の等時性などの研究に利用されてきた曲線であり、自然に特異点 (速度ベクトルが零になる点) を持つ曲線である。

本論文では、空間曲線の平行曲線、法線曲面、縮閉線と伸開線について調査した結果を報告した。ここで、空間曲線の縮閉線は「接触円に由来する縮閉線」を考える。空間曲線の縮閉線と伸開線も自然に特異点を持つ曲線である。特異点を許容する空間曲線の微分幾何学的研究手法として、上述の報告者らによる枠付き曲線の理論を適用した。ビショップ枠 (特別な動標構) を利用し、縮閉線と伸開線の定式化・調査を行った。然るべき仮定の下、「接触円に由来する縮閉線」をとる操作と伸開線をとる操作がある種の逆操作であり、特異点型の対応が得られることが明らかになった。具体的には 2/3 カスプ、4/3 カスプ、カスプ辺、ツバメの尾、カスプ状交叉帽子が観察できる。

### 2.2. 研究業績 [2]

[Honda-Takahashi, 2020] では、従来の 3 次元ユークリッド空間上の正則なベルトラン/マンハイム曲線の存在条件を訂正 (非退化条件を追加) した。また、一般化として、枠付き曲線のベルトラン/マンハイム曲線を定義し、存在条件と性質を明らかにした。

本論文では、4 次元ユークリッド空間上の正則なベルトラン/マンハイム曲線と枠付き曲線のベルトラン/マンハイム曲線を定義し、存在条件と性質を明らかにした。